UNIVERSIDAD DE COSTA RICA FACULTAD DE CIENCIAS ESCUELA DE MATEMÁTICAS

II CICLO 2014 MA293 CÁLCULO PARA COMPUTACIÓN I PUNTAJE TOTAL: 70 PUNTOS

2 DE diciembre 2014 III EXAMEN PARCIAL TIEMPO MÁXIMO: 3 HORAS

Este examen es individual. Trabaje en forma clara y ordenada, en su cuaderno de examen. Un desarrollo desordenado e ilegible no se calificará. No utilice bolígrafo de tinta roja. El uso de lápiz o corrector, podría afectarle en caso de un reclamo. Deben aparecer todos los procedimientos necesarios que justifiquen sus respuestas. No se permite el uso de calculadora programable, teléfono celular u otro dispositivo electrónico.

1) Calcule la siguiente integral definida: $\int_{-3}^{4} |x-1| \, dx$ (6 puntos)

2) Calcule las siguientes integrales indefinidas:

a) $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2+6x-8}} \, dx$ (9 puntos)

b) $\int \frac{x^2+x+1}{(x+1)(x^2+4)} \, dx$ (9 puntos)

3) Calcule el área de la región limitada por las curvas cuyas ecuaciones son

$$y = x^3 - 4x, \quad y = 5x$$ (6 puntos)

4) Demuestre utilizando la definición de integral definida que:

$$\int_a^b x \, dx = \frac{b^2-a^2}{2} \quad , \ a < b, \quad a, b \in \mathbb{R}$$ (7 puntos)

5) Considere la función definida por $F(x) = \int_{x^2}^{3} \left( \frac{\sqrt{t+3}}{\text{sen } t} \right) dt$ donde $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Demuestre que $F$ es una función decreciente para todo $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$. (6 puntos)

6) Utilice una partición del intervalo $0, 2$ , formando cuatro subintervalos del mismo ancho, para aproximar por medio de sumas de Riemann el área de la región comprendida bajo la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x+1}$, el eje $x$, además, de las rectas verticales $x = 0, \ x = 2$. (7 puntos)

**CONTINÚA …**

7) Encuentre una función $F$ que sea continua en $\mathbb{R}$, tal que $F\,'(x) = e^{2x}\operatorname{sen}x$ y $F(0) = 0$. (9 puntos)

8) Si $f$ es una función continua en $\mathbb{R}$, demuestre que

$$\int_0^{2a} f(x-a)\, dx = \int_{-a}^{a} f(x)\, dx$$ (4 puntos)

9) Como parte de un proyecto agropecuario es necesario cercar, con alambre, un terreno rectangular de manera que su área sea de $100\ m^2$. Determine cuáles deben ser las dimensiones del terreno para utilizar la menor cantidad de alambre posible. (7 puntos)