Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Facultad de Ciencias
Duración: 3 horas

Miércoles 26 de setiembre
II ciclo del 2018
MA0292 Álgebra Lineal para computación
Puntaje: 62 puntos

Examen parcial No I

Instrucciones: *Favor presentar su identificación. Muestre todos los cálculos y operaciones necesarias que justifiquen sus respuestas. Utilice lapicero azul o negro para poder tener derecho a reclamos. No se permite el uso de calculadoras gráfico-programables, tabletas, etc.*

---

1) (10pts) Conteste verdadero (V) o falso (F) en su cuaderno, debe justificar su respuesta para obtener puntaje. (2pts c/u).

V a. Si $A \in M(n,\mathbb{R})$ es una matriz diagonal, entonces *A* es antisimétrica.

V b. Si $A,B \in M(n,\mathbb{R})$ y det(*A*)=2, det(*B*)=3. Entonces $\det(4A^{-1}B^t)^t = 6$.

F c. Sea $A \in M(n,\mathbb{R})$. Si A es invertible y $A^3 = A$, entonces $A^{-1} = A$.

V d. Sean $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ tales que v_1 es paralelo a v_2, entonces v_1 es paralelo a $\text{Proy}_{v_2}^{v_3}$.

F e. Si $A \in M(4,6,\mathbb{R})$, entonces *A* puede asumir rango 5.

2) (11pts) Considere la ecuación $(C^t X)^t = (2X)^t + A$.

a. (5pts) Aplicando el álgebra de matrices, determine la matriz numérica X que satisface dicha ecuación, suponiendo que $C-2I$ es invertible. ✓

b. (6pts) Si $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ encuentre la matriz *X*. ✓

3) (12pts) Considere el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} x - y \quad &= 2 \\ x \quad + kz &= -1 \\ 3x - 2y + z &= 1 \end{aligned}$$

Utilice eliminación gaussiana para determinar los valores de *k* para los cuales el sistema tiene solución única y calcule dicha solución. ✓

4) (11pts) Sean los vectores $\vec{u} = (-1,0,1)^t$ y $\vec{v} = (0,1,2)^t$.

a. (5pts) Calcule $\mathrm{Proy}_{\vec{v}}\,\vec{u}$. ✓

b. (3pts) Encuentre un vector ortogonal simultáneamente tanto a $\vec{u}$ como a $\vec{v}$.

c. (3pts) Calcule el área del paralelogramo definido por los vectores $2\vec{u}$ y $\vec{v}$. ✓

5) (17pts) Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} \lambda-4 & 0 & \lambda-4 \\ 0 & \lambda+3 & 0 \\ 1 & 0 & \lambda-2 \end{pmatrix}$

a. (3pts) Encuentre el valor de det (A). ✓

b. (3pts) ¿Para qué valores de λ el sistema $Ax=0$ tiene soluciones no nulas? ✓

c. (6pts) Calcule la inversa de A si $\lambda=0$. ✓

d. (5pts) Si $b=(1,1,0)^t$, use Cramer para calcular "x_3" al resolver $Ax=b$ cuando $\lambda=0$. ✓