Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Facultad de Ciencias
Duración: 3 horas

Sábado 4 de mayo
I ciclo del 2019
MA0292 Álgebra Lineal para computación
Puntaje: 55 puntos

Examen parcial No I

Instrucciones: *Favor presentar su identificación. Muestre todos los cálculos y operaciones necesarias que justifiquen sus respuestas. Utilice lapicero azul o negro para poder tener derecho a reclamos. No se permite el uso de calculadoras gráfico-programables, tabletas, etc.*

---

1) (10pts) Conteste verdadero (V) o falso (F) en su cuaderno, debe justificar su respuesta para obtener puntaje. (2pts c/u).
   a. $u = (1, 2, k)$ y $v = (3, k-1, 1)$ definen un ángulo de 270º si $k = 3$.
   b. Si $A \in M(n,\mathbb{R})$, entonces $2(A+A^t)$ es antisimétrica.
   c. Sean $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$, vectores tales que $v_1 = 2v_2$, entonces $3v_1 \times v_2$ es el vector nulo.
   d. Sea $A \in M(p,q,\mathbb{R})$. Si el sistema $Ax = b$ tiene solución única, entonces el rango de A debe ser q.
   e. Sean $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ tales que v_1 es paralelo a v_2, entonces v_1 debe ser un vector paralelo a $\text{Proy}_{v_2}^{v_3}$.

2) (12pts) Considere el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} x + 4y + z &= 4 \\ x + 2y \quad\; &= 2 \\ -x - y + kz &= -1 \end{aligned}$$

Utilice eliminación gaussiana para determinar los valores de k para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones, solución única y determine dichas soluciones.

3) (12pts) Sean los vectores $\vec{u} = (2,0,1)^t$ y $\vec{v} = (0,1,-1)^t$.
   a. (5pts) Calcule $\text{Proy}_u v$.
   b. (3pts) Encuentre un vector ortogonal simultáneamente tanto a $\vec{u}$ como a $-2\vec{v}$.
   c. (4pts) Calcule el área del paralelogramo definido por los vectores $\vec{u}$ y $-2\vec{v}$.

4) (6pts) Considere la ecuación $(XC')' = (3X)' + A$.

Aplicando el álgebra de matrices, determine la matriz numérica X que satisface dicha ecuación, suponiendo que $C - 3I$ es invertible.

5) (15pts) Considere la matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2-\lambda \\ 4-\lambda & 3 & -3 \\ 4 & -\lambda & 2 \end{bmatrix}$$

a. (5pts) Calcular det(B), el cual puede quedar en términos del parámetro λ.

b. (3pts) ¿Qué valores de λ hacen que B sea equivalente a la matriz identidad I_n?

c. (7pts) Para $\lambda = 1$ calcule la inversa de B.