Examen Parcial III
MA0294 -G01
Primer Semestre 2019

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática

Tiempo: 2 horas 50 minutos.

1. Calcule el radio y el intervalo de convergencia de la serie (15 pts.):

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$$

2. Considere la identidad:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

10

   a) Demuéstrela. (20 pts.)

   b) Calcule el radio y el intervalo de convergencia de la serie. (10 pts.)

3. Considere la superficie S dada por la ecuación $z = x^2 - y^2 - 2$.

   a) Calcule la ecuación del plano tangente a S en el punto $P = (0, 0, -2)$. (15 pts.)

   b) Calcule la derivada direccional en $(1, 1)$ con dirección $u = (1, -1)$. (15 pts.)

4. Sea G diferenciable y considere la ecuación $G(u, v, w) = 0$ donde $u = x^2 + y^2$, $v = zy$ y $w = 2x + 3y + 5z$. Suponga que esto define a z implícitamente en términos de x y y. Calcule z_x en término de G_u, G_v, G_w, x, y, z. (20 pts.)

5. Demuestre que el siguiente límite no existe (15 pts.):

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}$$

Fórmulas útiles

1. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, x \in \mathbb{R}$
2. $\operatorname{sen} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}, x \in \mathbb{R}$
3. $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}, x \in \mathbb{R}$
4. $\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}, |x| < 1$
5. $\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}, |x| < 1$
6. $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, |x| < 1$